

27/10/28

Метод моделей и его применение к изучению сейш оз. Байкала^{1).}

Введение.

Строгая теория сейш—стоячих колебаний воды в озерах дана, как известно, Кристалем; но приложение ее к частным случаям часто весьма затруднительно. Более простая теория Цю Суа недостаточно обоснована и приводит к результатам, плохо согласующимся с действительностью. При таких условиях наиболее удобным является способ моделей, удачно использованный японскими исследователями Хонда, Терада, Иошида и Изитани^{2).}

По предложению проф. Т. П. Кравца я занялся разработкой вопросов, связанных с применением этого способа, имея в виду использовать его для изучения сейш Байкала.

В неглубоком бассейне, мало уклоняющемся от прямолинейной формы, вертикальная слагающая скорости в удовлетворяет следующему дифференциальному уравнению:

$$\frac{d^2w}{dt^2} = \frac{g}{b} \frac{d}{dx} \left(q \frac{dw}{dx} \right) \quad \quad (1)$$

Здесь g ускорение силы тяжести, b ширина верхнего края (переменного) поперечного сечения, q площадь этого сечения. Если все горизонтальные размеры (b , x , q) увеличить в m раз, все вертикальные (w , q)—в p раз, ур-ние (1) примет вид:

$$\frac{m^2}{p} \frac{d^2w}{dt^2} = \frac{g}{b} \frac{d}{dx} \left(q \frac{dw}{dx} \right) \quad \quad (2)$$

¹⁾ Доложено в заседании Биолого-Географического Института при Ирк. Гос. Университете 23 мая 1925 г.

²⁾ K. Honda, J. Terada, Y. Yoshida and D. Isitani. Secondary undulations of oceanic tides—Journ. College of science. Tokyo 24 p. 54, 1908. акже Nakamura and K. Honda.—Seiches in some lakes of Japan Jbid. 8, N 5, 1911.

В уравнениях (1) и (2) правые части равны, в левых частях пусть зависимость w от t в первом случае выражается

множителем $e^{i\frac{2\pi t}{T}}$, во втором—подобным же $e^{i\frac{2\pi t}{T'}}$. Подстановкой и сравнением левых частей (1) и (2) имеем:

$$T' = T \sqrt{\frac{m}{p}}. \quad \quad (3)$$

В этой формуле и заключается существенное содержание способа моделей: изучив колебания в уменьшенной модели бассейна, мы с помощью формулы (3) получим интересующие нас данные о самом бассейне.

Эта элементарная теория нуждается однако в нескольких дополнениях по нижеследующим пунктам.

Необходимые дополнения элементарной теории моделей.

I. Капиллярные силы. Таковые, конечно, не играют никакой роли в природных бассейнах. Но в моделях они могут проявляться уже в заметной степени, как показывает следующий пример: в сосуде постоянной глубины скорость распространения волн выражается формулой:

$$v^2 = \left(\frac{g\lambda}{2\pi} + \frac{2\pi\alpha}{\lambda} \right) \operatorname{tgh} \operatorname{hyp} \frac{2\pi h}{\lambda} \quad \quad (4)$$

Здесь α —капиллярная постоянная. Отношение содержащего ее члена к предшествующему равно $\frac{4\pi^2\alpha}{g\lambda^2}$ или, по подстановке значения для α ($= 71 \frac{\text{dyne}}{\text{cm.}}$), $\frac{2,86}{\lambda^2}$. В описанных ниже опытах λ никогда не было менее 40 см, почему влияние капиллярности выражалось совершенно ничтожной величиной. Но при $\lambda = 17 \text{ cm.}$ поправочный член достигает уже 1% и должен быть учтен, что необходимо иметь в виду при выборе размера модели.

II. Влияние конечной амплитуды. Уравнение (1) справедливо для колебаний исчезающе малой амплитуды, что всегда имеет место в природе, но может оказаться не соблюденным в опытах с моделью. В описанных ниже опытах минимальная амплитуда колебаний не превосходила $\frac{1}{400}$ глубины модели. Измерения

периодов при разных амплитудах не обнаружили никакой заметной разницы при изменении амплитуды в 16 раз.

III. Влияние глубины. В природе для самых глубоких озер (и в частности для Байкала) глубина весьма мала по сравнению с длиной. В модели сохранение относительных значений вертикальных и горизонтальных размеров невозможно, т. к., при малой глубине, трение останавливает возникающие колебания в самом начале. При таких условиях приходится вводить особую поправку на глубину. Для этого в дальнейшем применяется формула Мериана, относящаяся, строго говоря, только к прямоугольным сосудам:

$$T = \sqrt{\frac{2\pi\lambda}{g}} \cot \operatorname{hyp} \frac{2\pi h}{\lambda} \quad \dots \quad (5)$$

При этом функция $\cot \operatorname{hyp}$ может быть разложена в ряд. Ограничиваюсь двумя членами, имеем:

$$T = \frac{2\lambda}{\sqrt{gh}} \left[1 + \frac{1}{6} \left(\frac{2\pi h}{\lambda} \right)^2 \right] \quad \dots \quad (6)$$

Величина поправки растет с уменьшением длины волны, т. е. с увеличением порядка обертона. Под h приходится разуметь здесь среднюю глубину модели.¹⁾

IV. Внутреннее трение. Последнее также не играет роли в природных условиях. Однако в модели его влияние должно сильно сказаться. Оно не было выяснено до сих пор, даже для случая прямоугольного сосуда; поэтому пришлось заняться его теорией. Влияние это оказывается в двух направлениях: внутреннее трение *удлиняет* период и вызывает *затухание*.²⁾

Общая теория затухания сейш.

Возьмем бассейн произвольной формы и величины; пусть находящаяся в нем идеальная жидкость совершает колебания

¹⁾ λ , как и h в сосуде непостоянной глубины и ширины есть величина переменная, равная с T где c скорость волны в данной точке. Поэтому, более точную величину поправки можно получить просуммировав выражение $\left(\frac{2\pi h}{\lambda}\right)^2 c$ по всему бассейну. Но это требовало бы знания c

в каждой точке, т. е. опять применения сложных вычислений по методу Кристалля. Поэтому приходится довольствоваться *средними* величинами.

²⁾ Вопрос о затухании сейш в известной мне литературе затронут только в статье Де Фанта Ann. d. Hydrographie u. Marit. Meteorologie. 44 р. 29. 1916, краткое изложение которой я нашел у В. В. Оболенского — „Сейши и их теория“ — Зап. по гидрографии II (XLIII) вып. 2. 1919.

некоторого определенного периода $T = \frac{2\pi}{p}$. Разделим весь бассейн на n малых элементов так, чтобы скорости всех частиц жидкости, принадлежащих к одному элементу в каждый данный момент были равны по величине и направлению. Такой элемент, вообще говоря, будет иметь форму некоторого криволинейного бруска, концы которого опираются на стенки (дно) бассейна. Согласно условию, весь элемент движется как одно целое, и всю жидкость можно, в первом приближении, рассматривать как систему n абсолютно твердых тел.

Каждый элемент колеблется около своего положения равновесия (мы рассматриваем, как всегда, случай *малых* амплитуд). Смещение элемента со значком s выразится так:

$$\xi_s = A_s \cos pt \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (7)$$

и скорость

$$\frac{d\xi_s}{dt} = -p A_s \sin pt \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (8)$$

Здесь A_s зависит от положения элемента, а p для всех элементов одинаково. Кинетическая энергия системы равна:

$$T = \frac{1}{2} \sum_1^n m_s \left(\frac{d\xi_s}{dt} \right)^2, \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (9)$$

потенциальная:

$$W = \frac{1}{2} \sum_1^n \sum_1^n h_{sr} \xi_s \xi_r \quad *) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (10)$$

Так как трение отсутствует, и, следовательно, нет рассеяния энергии,

$$T + W = \text{Const.} \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (11)$$

Подставляя в (9) и (10) вместо ξ_s и $\frac{d\xi_s}{dt}$ их значения из (7) и (8), имеем:

$$\frac{1}{2} \sum_1^n m_s p^2 A_s^2 \sin^2 pt + \frac{1}{2} \sum_1^n \sum_1^n h_{sr} A_s A_r \cos^2 pt = C \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (12)$$

*) Здесь m_s масса элемента, равная $(\rho dv)_s$, а h_{sr} находятся из соотношения:

$$f_s = - \frac{dW}{d\xi_s} = - \frac{1}{2} \sum_1^n r h_{sr} \xi_r,$$

дающего величину силы f_s , действующей на элемент s .

Дифференцируя это равенство по t , вынося $p \cdot 2 \sin pt \cos pt$ за знак суммы и сокращая, имеем:

$$\frac{1}{2} p^2 \sum_s m_s A_s^2 - \frac{1}{2} \sum_s \sum_r h_{sr} A_s A_r = 0 \dots \dots \dots (13)$$

Не трудно заметить, что суммы в левой части равенства получились из выражений кинетической и потенциальной энергии заменой $\frac{d\xi_s}{dt}$ и ξ_s соответственно на A_s . Мы будем обозначать их соответственно через $T(A)$ и $W(A)$.

Таким образом:

$$p^2 = \frac{W(A)}{T(A)} \dots \dots \dots \dots \dots (14)$$

Посмотрим теперь, как изменится картина при наличии внутреннего трения. Следствием его явится возникновение новых сил, действующих во-первых между отдельными элементами, а во-вторых на границе между элементом и стенками сосуда. Первые ничтожно малы и не влияют на период¹⁾. Влияние вторых оказывается только в непосредственной близости от стенок.

Пусть у направление внутренней нормали к стенке. Тогда u_s , скорость частицы в элементе s , будет подчинена уравнению:

$$\frac{du_s}{dt} - \frac{\mu}{\rho} \frac{d^2 u_s}{dy^2} + p^2 A_s \cos pt = 0 \dots \dots \dots (15)$$

где μ коэффициент внутреннего трения, ρ плотность жидкости. Последний член изображает периодическую силу, действующую на единицу массы элемента s . При $\mu=0$, т. е. в отсутствии тре-

ния, $u_s = \frac{d\xi_s}{dt}$

Введем пограничные условия: 1) при $y=0$, $\xi_s=0$ (жидкость не скользит вдоль стенок); 2) при $y=\infty$, $u_s = -p A_s \sin pt$, выражающее, что достаточно далеко от стенки скорость такова же, какова была бы в идеальной жидкости. (В противном случае

¹⁾ Обуславливаемое ими затухание, для случая бесконечной глубины дано W. Wien'om

$$\varepsilon = \frac{\mu}{\rho} \frac{4\pi^2}{\lambda^2}$$

(Winkelmann, «Handbuch der Physik» I. p. 1088). Нетрудно показать, что во всех наших опытах и даже в моделях гораздо меньшей величины эта часть затухания ничтожно мала и не может быть обнаружена.

формулы Кристалля и Мериана, принимавших жидкость за идеальную, не давали бы столь точного совпадения с действительностью.)

Этим условиям удовлетворяет:

$$u_s = -p A_s \left[\sin pt - e^{-\sqrt{\frac{p\rho}{2\mu}} y} \sin \left(pt - \sqrt{\frac{p\rho}{2\mu}} y \right) \right] \quad (16)$$

Множитель $e^{-\sqrt{\frac{p\rho}{2\mu}} y}$ практически очень быстро обра-

щается в нуль. При $p=?$ ($T=3.14$) он равен $\frac{1}{535} \left(e^{-2\pi} \right)$
уже на расстоянии 0.5 см. от стенки.²⁾

Таким образом, хотя, строго говоря, скорости (и смещения,) частиц в нашем элементе перестали быть одинаковыми, однако заметным образом это сказалось только в тонком слое, которым элемент непосредственно прилегает к стенкам. Поэтому мы по-прежнему будем уподоблять наш элемент твердому брускю с несколько неопределенными, правда, границами. Тонкий слой „смазки“, об’ем которого совершенно ничтожен по сравнению с об’емом всего элемента, отделяет его от стенок.

Сила, действующая на элемент стенки ds , равна:

$$-\mu \frac{du_s}{dy}(y=0) = -\sqrt{\frac{p\mu\rho}{2}} p A_s (\sin pt + \cos pt) ds. \quad (17)$$

Ясно, что такая же сила, но с обратным знаком будет, через посредство „смазки“ действовать на наш «твердый» элемент.

Как видно сила эта зависит от скорости и смещения,---но не частиц жидкости, непосредственно прилегающих к стенке, а тех, которые уже настолько далеки от нея, что могут принадлежать к нашему „твердому“ элементу. Пользуясь (7) и (8)

и полагая $\sqrt{\frac{p\mu\rho}{2}} = k$, имеем:

$$f_s = k \left(p \xi_s - \frac{d\xi_s}{dt} \right) ds \quad \quad (18)$$

²⁾ Для $T=4^h 56^m$ (основной период Байкала) имеем то же на расстоянии 35 см.

Сила, следовательно, состоит из двух частей: одна, неконсервативная, пропорциональна скорости элемента и есть сила трения par excellance; она то и вызывает затухание. Другая, консервативная, будучи пропорциональна смещению элемента, но тянувшая его от положения равновесия, уменьшает частоту—увеличивает период колебания.

Энергия, теряемая в единицу времени, равна работе неконсервативных сил, деленной на элемент времени=2 F, где F—функция рассеяния:

$$F = \frac{1}{2} \sum_s k_s \left(\frac{d\zeta_s}{dt} \right)^2 \quad \dots \dots \dots \dots \quad (19)$$

В нашем случае очевидно:

$$k_s = k ds \quad \dots \dots \dots \dots \quad (20)$$

Уравнение (12) примет теперь вид:

$$\frac{d(T+W)}{dt} + 2F = 0 \quad \dots \dots \dots \dots \quad (21)$$

Аналогично (13) получаем:

$$[p^2 T(A) - W(A)] \cos pt + pF(A) \sin pt = 0 \quad \dots \dots \quad (22)$$

Заменяя $\cos pt$ и $\sin pt$ соответственно через

$$\frac{e^{ipt} - e^{-ipt}}{2} \quad \text{и} \quad \frac{e^{ipt} + e^{-ipt}}{2i} \quad \text{и группируя, имеем:}$$

$$e^{ipt} \left[-p^2 T(A) + ipF(A) + W(A) \right] + \\ + e^{-ipt} \left[p^2 T(A) - ipF(A) + W(A) \right] = 0 \quad \dots \dots \quad (23)$$

Чтобы это выражение было справедливо при всяком t , необходимо, чтобы каждая из скобок по отдельности равнялась нулю. Подставляя теперь вместо p $p_1 + i\varepsilon$, имеем:

$$\begin{aligned} -(p_1^2 - \varepsilon^2)T(A) - 2ip_1\varepsilon T(A) + ip_1F(A) - \varepsilon F(A) + W(A) &= 0 \\ -(p_1^2 - \varepsilon^2)T(A) - 2ip_1\varepsilon T(A) - ip_1F(A) + \varepsilon F(A) + W(A) &= 0 \end{aligned} \quad \dots \dots \quad (24)$$

Откуда, приравнивая нулю мнимые и действительные части,

$$\varepsilon = \pm \frac{1}{2} \frac{F(A)}{T(A)} \quad \dots \dots \dots \dots \quad (25)$$

и

$$p_1^2 = \frac{W(A) + \varepsilon F(A) + \varepsilon^2 T(A)}{T(A)} \quad \dots \quad (26)$$

или, производя почленное деление и пользуясь предыдущей формулой (25):

$$p_1^2 = \frac{W(A)}{T(A)} - \varepsilon^2 \quad \dots \quad (27)$$

В этом выражении, однако, $W(A)$ уже не таково, как в идеальной жидкости, т. к., согласно (18), вместо h_{ss} там теперь стоит $h_{ss} - kp_1 ds$. Обозначая прежнее значение W через W_0 , имеем:

$$p_1^2 = \frac{W_0(A)}{T_0(A)} - \frac{kp_1 \sum_1^n A_s^2 ds}{T_0(A)} - \varepsilon^2 \quad \dots \quad (28)$$

или, согласно (14)

$$p_1^2 = p_0^2 - p_1 \frac{k \sum_1^n A_s^2 ds}{\rho \sum_1^n A_s^2 dv} - \varepsilon^2 \quad \dots \quad (29)$$

Пользуясь (19), (20) и (25) имеем также (k и ρ постоянны)

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \frac{k \sum_1^n A_s^2 ds}{\rho \sum_1^n A_s^2 dv} \quad \dots \quad (30)$$

Откуда

$$\text{т. е. } p_1^2 = p_0^2 - 2p_1\varepsilon - \varepsilon^2 \quad \dots \quad (31)$$

$$\Gamma_0 = p_1 + \varepsilon \quad \dots \quad (32)$$

или, обозначая $T_1\varepsilon$ через δ

$$T_0 = T_1 \frac{2\pi}{2\pi + \delta} \quad \dots \quad (33)$$

¹⁾ Строго говоря $W_0(A)$ и $T_0(A)$ несколько меньше, чем в идеальной жидкости, вследствие прилипания тонкого слоя к стенкам (см. стр. 14), но отношение их, которое только и играет здесь существенную роль, остается неизменным.

Это и есть нужная нам формула, которая дает возможность вычислить, каков был бы период колебания в бассейне, наполненном идеальной жидкостью. Для этой цели мы должны, кроме наблюдаемого периода T , знать только легко определяемый из опыта логарифмический декремент затухания δ .

Заметим, что полученное здесь соотношение коренным образом отличается от приводимого Де Фантом¹⁾. Это последнее выражается через квадрат коэффициента затухания и является величиной совсем другого порядка, чем наша, специфическая для затухания, обусловленного внутренним трением о стенки, поправка, заключающая его первую степень.

При всем том поправка Де Фанта через посредство (27) учтена в (33).

Вычисление величины затухания.

Рассмотрим случай Кристалля—продолговатый бассейн переменной глубины и ширины, причем глубина его мала по сравнению с длиной. В этом случае можно пренебречь вертикальными смещениями по сравнению с горизонтальными, кроме того горизонтальные скорости частиц не зависят от их глубины. Элемент жидкости примет, следовательно, вид вертикального пласта, вырезанного нормально к линиям тока.

Пусть S его площадь, dl толщина и P периметр пересечения со стенками сосуда. Тогда очевидно:

$$ds = P dl \quad \dots \dots \dots \dots \dots \dots \quad (34)$$

и

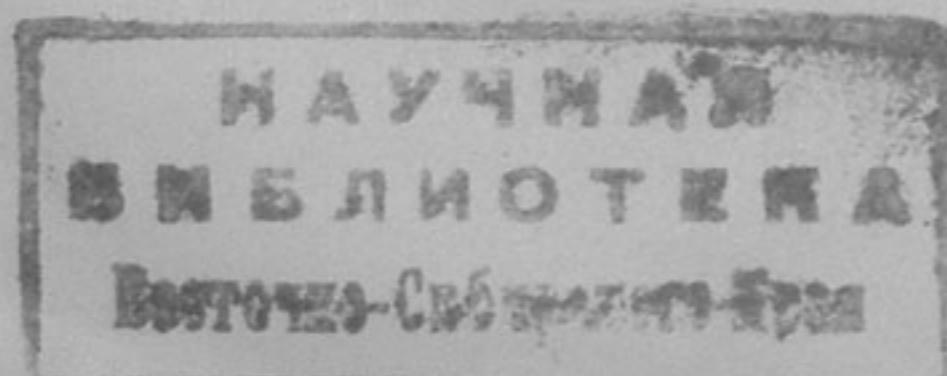
$$dv = S dl \quad \dots \dots \dots \dots \dots \dots \quad (35)$$

и, согласно (30), (суммы в пределе, при $n=\infty$ переходят в интегралы):

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\mu_p}{2\rho}} \frac{\int_0^1 PA^2 dl}{\int_0^1 SA^2 dl} \quad \dots \dots \dots \dots \quad (36),$$

причем интегрирование нужно производить вдоль линий тока. Если A известно, как функция l , вопрос сводится к квадратуре. В случае постоянных P и S (например, для прямоугольного сосуда) ненужна даже и она, т. к. P и S выходят за знаки интегралов. Однако, формулой (36) можно с удобством воспользоваться и в более сложных случаях. Действительно, можно

¹⁾ Ann. d. Hydrographie und. Marit. Meteorologie 44 p 29 1916.



пренебречь теми из элементов интеграла, где A мало, т. к. оно входит в каждый из них в квадрате, то есть, интегрировать только в области больших A . Это тем более уместно, что равнозначные величины отбрасываются при этом как в числителе, так и в знаменателе. Если, кроме того, в этой области P и S приблизительно постоянны, имеем:

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\mu p}{2\rho}} \frac{P}{S} \dots \dots \dots \quad (37)$$

Если есть две таких области, причем $A_1 = mA_2$, то

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\mu p}{2\rho}} \frac{m^2 P_1 + P_2}{m^2 S_1 + S_2} \dots \dots \dots \quad (38)$$

Наконец, заметим, что формула (36) дает, во всяком случае, твердые пределы, в которых заключается затухание.

Действительно:

$$P_{\max} \int_0^1 A^2 dl > \int_0^1 PA^2 dl > P_{\min} \int_0^1 A^2 dl \dots \dots \quad (39)$$

и

$$S_{\min} \int_0^1 A^2 dl < \int_0^1 SA^2 dl < S_{\max} \int_0^1 A^2 dl \dots \dots \quad (40)$$

Деля эти неравенства друг на друга и умножая все на

$$\frac{1}{2} \sqrt{\frac{\mu p}{2\rho}}, \text{ имеем:}$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{\frac{\mu p}{2\rho}} \frac{P_{\max}}{S_{\min}} > \varepsilon > \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\mu p}{2\rho}} \frac{P_{\min}}{S_{\max}} \dots \dots \quad (41)$$

Байкал. Формулы (38) и (37) были применены для вычисления затухания Байкала. Привожу здесь этот расчет, чтобы больше не возвращаться к вопросу о затухании.

Для T_1 (см. карту на табл. II) движение жидкости происходит гл. обр. против устья р. Селенги. Для нижеописанной модели имеем:

$$P=12,5 \text{ cm.}, S=5 \text{ cm}^2, T=3,43 \text{ sec.}$$

для воды при 20° C

$$\mu=0,010, \rho=1;$$

$$\delta_1 = \varepsilon_1 T = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi \mu T}{\rho}} \frac{P}{S} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3,14 \cdot 0,01 \cdot 3,43}{5}} \frac{12,5}{5} = 0,41$$

Для T_2 эти места суть дельта Селенги и Ушканьи острова.

$$P_1=12,5 \text{ см}, S_1=5 \text{ см}^2, P_2=21 \text{ см}, S_2=40 \text{ см}^2, T_2=1,7 \text{ с}$$

Так как (см. карту) поверхность озера между первым узлом и пучностью в 4 раза меньше площади между вторым узлом и пучностью, то через S_1 протекает приблизительно в четверо меньше воды чем через S_2 . Но с другой стороны S_1 в 8 раз меньше S_2 .

Т. о.

$$m = \frac{8}{4} = 2$$

$$\delta_2 = \epsilon_2 T_2 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3,14 \cdot 0,01 \cdot 1,71}{2^2 \cdot 5 + 40}} = 0,137$$

Между тем как наблюдения (см. ниже табл. 1) дали $\delta_1=0,44$ и $\delta_2=0,152$

Большего совпадения при столь приблизительном расчете, конечно, трудно ожидать.

Аналогично были вычислены δ_1 и δ_2 для озера:

$$\delta_1=0,0012 \text{ и } \delta_2=0,0004$$

т. е. величины столь малые, что их едва ли удастся обнаружить на лимнограммах.

Приборы и опыты.

Основой для изготовления модели послужила карта Гидрографической Экспедиции под нач. Ф. К. Дриженко (1897—1902 г.г.) в масштабе 14 верст в дюйме ($m = \frac{1}{588.000}$). Все имевшиеся на карте поперечные разрезы Байкала были изготовлены из жести в масштабе 60 морских (6 ти-футовых), сажен в сантиметре ($p = \frac{1}{10.973}$) и набиты на соответствующие места карты. Промежутки между шаблонами залиты цементом. Средняя глубина модели 6 см., длина по тальвегу 120 см.

Выше цитированные японские ученые возбуждали в своих моделях колебания посредством маятника переменной длины (и горизонтального для больших T), а период измеряли просто секундомером. Такой способ мало надежен, т. к. 1) нет гарантии, что возбуждена действительно чистая сейша и 2) неизвестными остаются величины амплитуды и затухания.

По этим соображениям в настоящей работе был применен специально сконструированный самопищий прибор. Схематический чертеж его (без соблюдения размеров) дан на табл. I. На тонкую стеклянную трубку A в 50 см. дл. наложены четыре пробки. Из них в P укреплен тяжелый винт, служащий противовесом, через O_1 пропущена иголка, лежащая в центрах и слу-

жащая осью вращения всего прибора. Д соединяет прибор с поплавком В, сделанным также из пробки, и, наконец, О₂ проткнута второй иголкой, на которой, помошью крючка из медной проволоки, подвешено перо С. Последнее делается из стеклянной трубочки, конец которой вытянут в капилляр, загнут под углом и оплавлен. Наполненное краской перо записывает в увеличенном (раза в 4—5) виде колебания воды на бумаге S—S, двигаемой с равномерной скоростью помошью тянувшего приспособления аппарата Морзе. Другое перо, снабженное якорем и помещенное рядом с электромагнитом, пишет прямую с секундными марками, даваемыми маятником лабораторных часов.

Прибор этот предварительно был многократно испытан на прямоугольных сосудах различных размеров, и дал величины периодов с точностью до $\frac{1}{1000}$ совпадающими с вычисленными по формуле Мериана, откуда можно заключить, что его присутствие не влияет сколько-нибудь заметным образом на период колебания жидкости. К тому же, впрочем, приводят и теоретические соображения.

Колебания возбуждались просто от руки, небольшой лопаточкой. Получение чистых сейш, после небольшой практики, не представляло никакого затруднения. Прибор в самое короткое время дает большое число кривых, по которым уж легко определить все необходимые данные. Образцы кривых даны на табл. I.

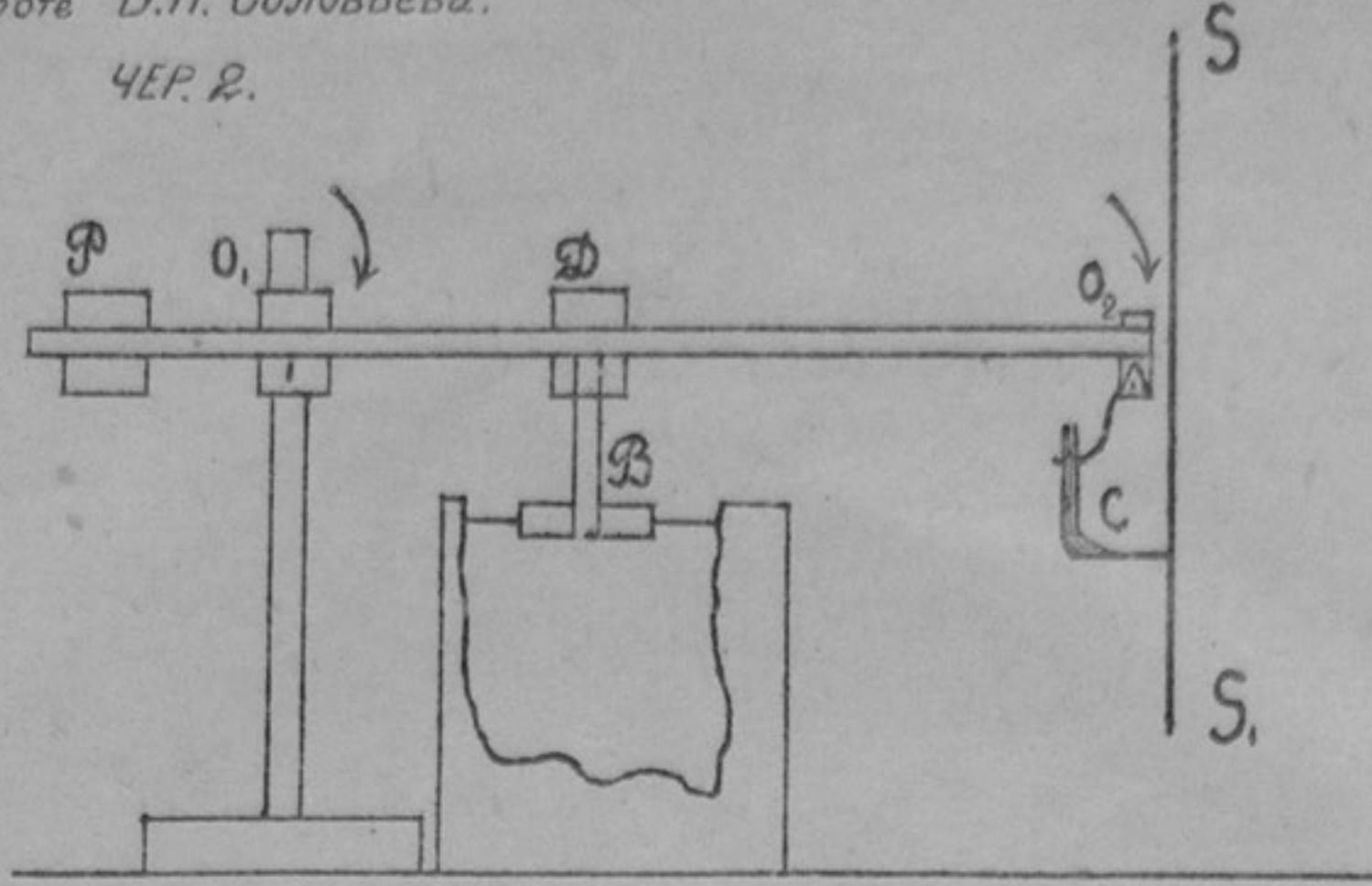
В нижеследующей таблице 1 дана сводка полученных результатов. Здесь Т_п наблюденный период модели в секундах, среднее из большого числа (не менее 10) наблюдений, δ_п и ε_п логарифмический декремент и коэффициент затухания.

За длину волны λ взято удвоенное протяжение модели по тальвергу (в см.), т. к., вследствие удлиненной формы Байкала, линии тока (см. табл. II) в общем следуют этому направлению; λ_п получено просто делением λ₁ на п.

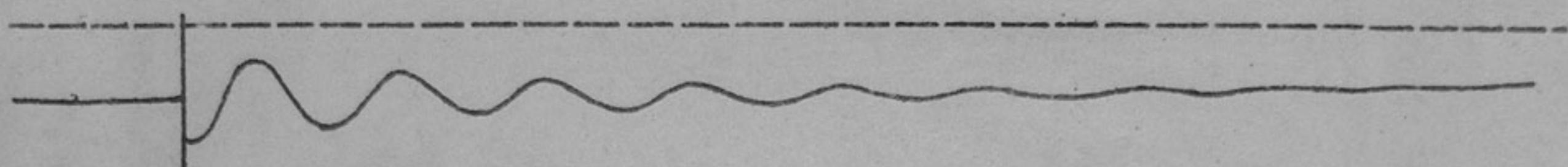
h средняя глубина модели. Дальше даны: Т_п' величина периода озера, вычисленная по простой формуле (3), поправка на глубину и на затухание (в % Т) и окончательная величина Т_п вычисленная по формуле

$$T = T \sqrt{\frac{m}{p}} \sqrt{\frac{1}{\frac{2\pi h}{\lambda} \cot \operatorname{hyp} \frac{2\pi h}{\lambda}}} \frac{2\pi}{2\pi + \delta} \dots \quad (42)$$

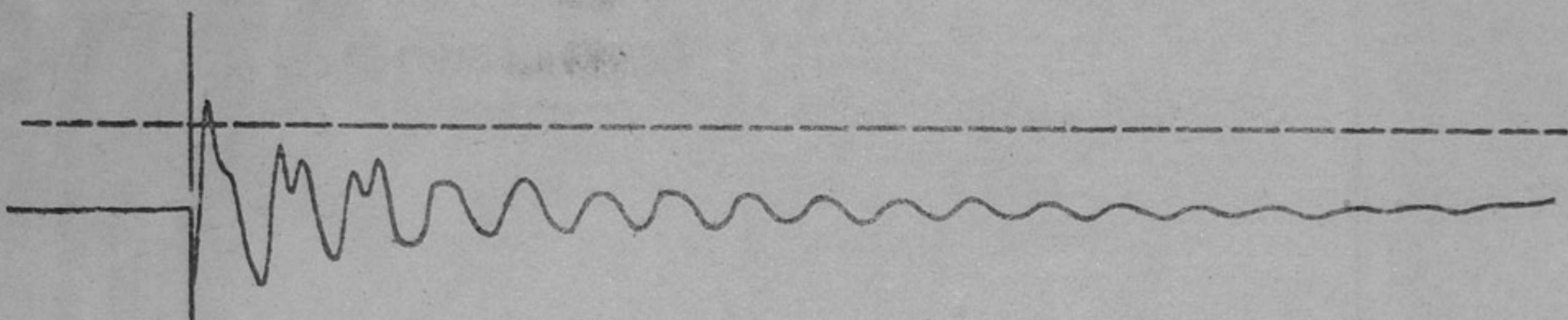
К работе В.Н. Соловьева.
ЧЕР. 2.



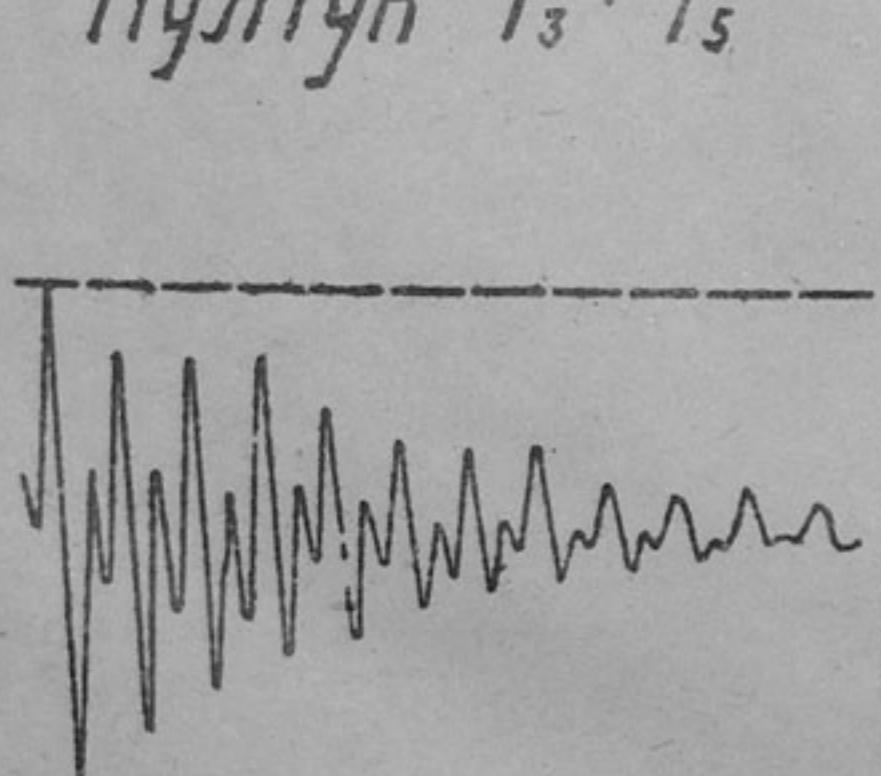
Култук T₁



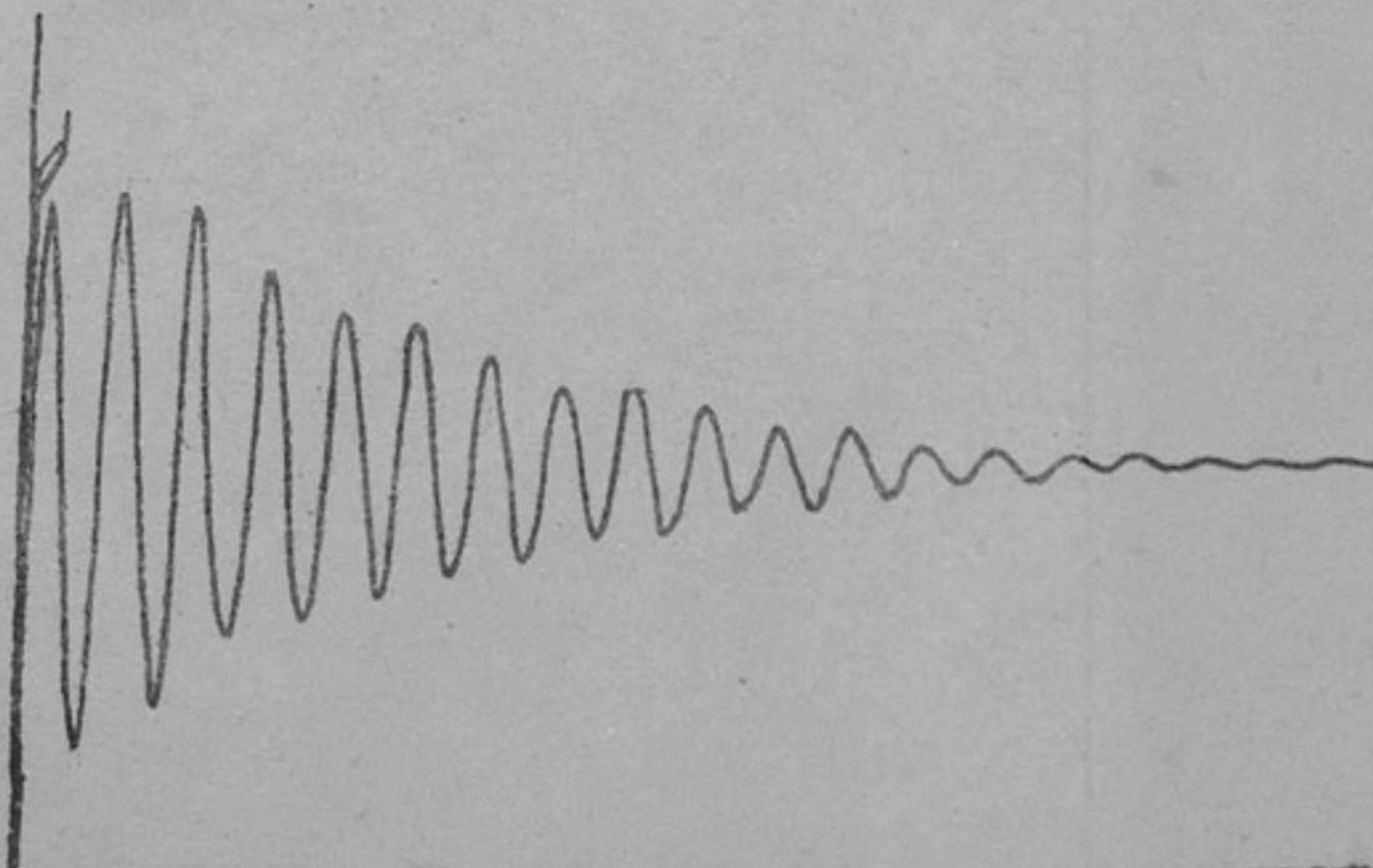
Култук T₂



Култук T₃ + T₅



Н. Ангарск T₃



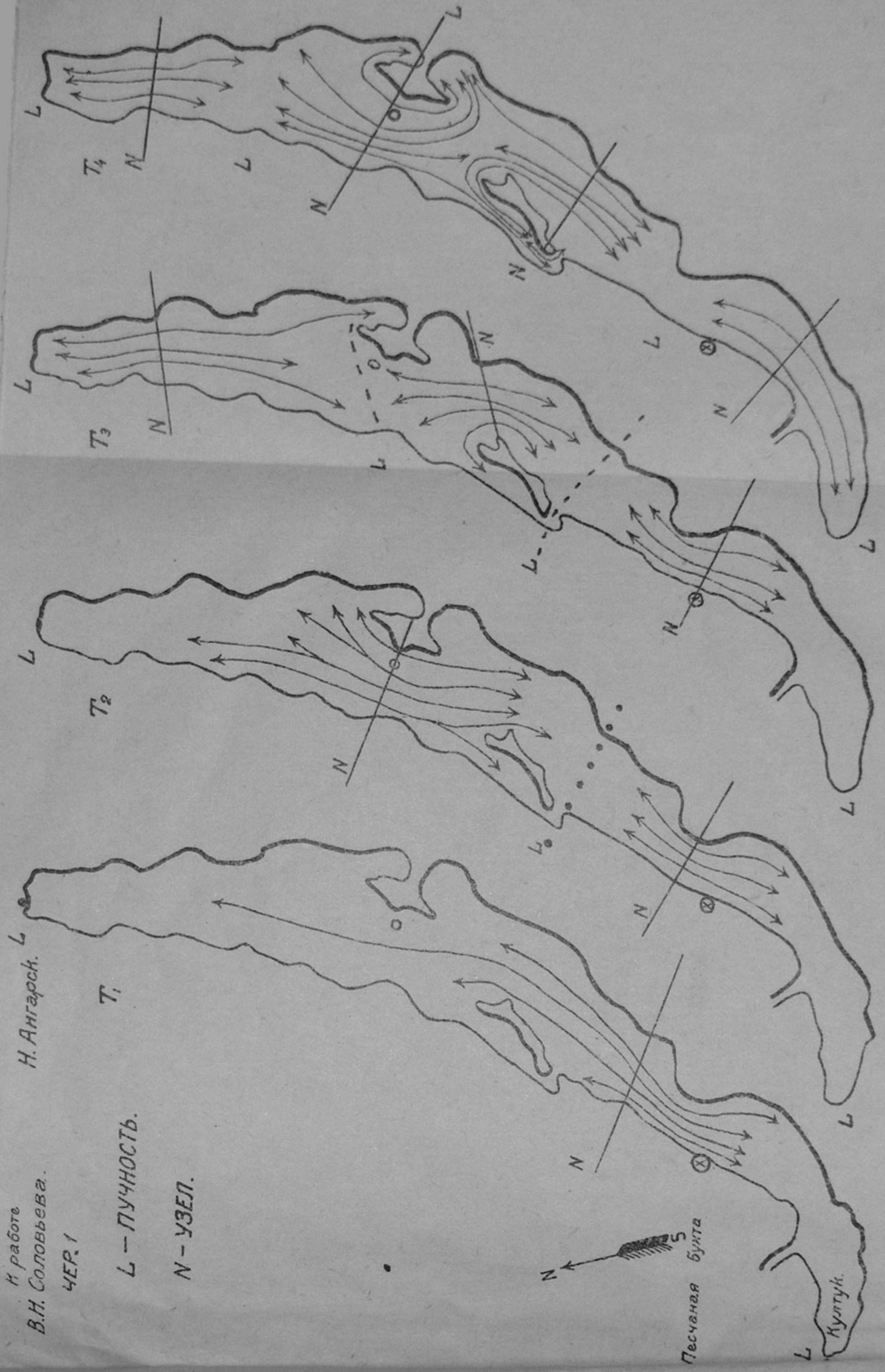


Таблица 1.

	T_n	δ_n	ε_n	λ_n	T'_n	Поправка на глубину	Поправка на затухание	T_n
T_1	3.436	0.440	0.128	240	5 h 20 m	0.4%	7.4%	4 h 56 m
T_2	1.710	0.152	0.089	120	2 h 39 m	1.6%	2.4%	2 h 33 m
T_3	1.033	0.213	0.206	80	1 h 36 m	3.1%	3.8%	1 h 30 m
T_4	0.709	0.36	0.50	60	1 h 6 m	6.0%	6.3%	59 m
$T_5(?)$	0.516	0.12	0.25	48	48 m	9.4%	2.1%	43 m

Примечание: T_5 не было получено в чистом виде и определено по общей с T_3 кривой. (см. табл. I) Величины δ_5 и ε_5 даны поэтому лишь приблизительно.

Таким образом, вводимые нами поправки в сумме достигают значительной величины (от 4 до 12%). Как раз такого же порядка и того же знака расхождение истинного периода озера с периодом, определенным по модели у японских авторов¹⁾.

Расположение линий тока, узлов и пучностей для каждого периода, кроме пятого, дано на табл. II. Они схематически зарисованы на глаз, для чего поверхность воды посыпалась ликоподием. Величина T_4 , повидимому, близка к собственному периоду Малого моря. Большое число линий тока (см. карту, табл. II) заходит в Малое море и, сгущаясь к его узкому концу, вызывает там столь сильный подъем воды, что она бурно переливается через Ольхонские Ворота. Поэтому, когда Байкал колеблется с периодом T_4 , в этом проливе должны возникать течения, меняющие свое направление или, по крайней мере, силу 48 раз в сутки.

Амплитуды в различных пучностях оказались в Байкале далеко не одинаковыми. Причина этого лежит в неравномерном распределении узлов. Приблизительное отношение амплитуд, зная расположение узлов и пучностей, можно найти на основании следующих простых соображений.

¹⁾ Journal of the Coll. of Science 24. 1908 и 28. 1911. См. в особенности данные относительно бухт Aomori и San Francisco и озер Hakone, Kawaguchi и Toga.

Обозначим площадь озера между его концом и первым узлом через S_1 , между узлом и следующей пучностью через S_2 и т. д.. Тогда, т. к. одно и то же количество жидкости, протекающее через данный узел, распределяется то по площади S_1 то по площади S_2 , имеем следующее приблизительное равенство (считая профиль волны за прямую):

$$\frac{1}{2} A_1 S_1 = \frac{1}{2} A_2 S_2 \quad \quad (43)$$

где A_1 и A_2 амплитуды вертикального смещения в первой и во второй пучности

Аналогично

$$A_2 : A_3 = S_4 : S_3 \text{ и т. д.}$$

На основании вышеизложенного была составлена следующая таблица 2.

Т а б л и ц а 2.

	Култук	Олхонские Ворота	H. Ангарск
T_1	100	0	25
T_2	100	200	160
T_3	100	230	530

Эти соотношения были для T_2 проверены на опыте. Таким образом, в то время как в Култуке (и вообще в южной части озера) наблюдается почти чистая унинодальная сейша—в Н. Ангарске может быть заметна чистая тринодальная, а в Ольхоне бинодально-тринодальная (дикротная).

Сравнение с действительностью.

На Байкале сейши систематически изучаются уже свыше 14 лет. Главный лимнограф, установленный в Песчаной бухте, находится почти точно в узле второго и третьего колебания и очень близко к узлу основного (см. карты таб. II). Другой прибор стоял некоторое время в Маритуе (южная часть озера). Записи их были обработаны В. Б. Шостаковичем (для T_1) и мною (для высших периодов¹).

⁶⁾ Подробный отчет об этом исследовании будет помещен в „Байкальском Сборнике“, издаваемом Иркутск. Магн. Метеорол. Обсерваторией.

Как и следовало ожидать, T_2 и T_3 лишь очень слабо выражены в южном бассейне. Наоборот T_1 и T_4 встречаются чуть ли не ежедневно.

Сопоставляем найденные величины с вышеприведенными, полученными с помощью модели.

Таблица 3.

	Озеро ¹⁾	Модель	Разн. в %
T_1	4 h 38,5 m	4 h 56 m	+6,3 %
T_2	2 h 32 m	2 h 33 m	+0,7 %
T_3	—	1 h 30 m	—
T_4	60 m	59 m	—
T_5	43 m	43 u	—

Таким образом более или менее значительное расхождение получается только для основного периода. Возможно, что оно об'ясняется недостаточностью введенной нами поправки на глубину. ¹⁾ (см. примечание к стр. 11).

При дальнейших исследованиях на Байкале необходима установка лимнографов в северной части озера, причем наиболее выгодными местами являются Н. Ангарск (для T_3) и Ольхонские Ворота (для T_2). В южной части озера лимнограф следовало бы поставить в Култуке или Слюдянке, т. к. именно там амплитуда сейш наибольшая.

В заключение укажу на преимущества метода моделей перед непосредственным наблюдением на озере. Изготовление модели требует совершенно ничтожных затрат. На модели можно по желанию получать чистые колебания любого порядка, что в природе находится вне власти человека, и наблюдать их в любом месте озера. На модели легко обозреть всю картину колебания в целом, и сразу найти положение узлов и пучностей, что дает возможность не только определить относительные амплитуды, но и предсказать явления, которые без этого долгое время остались бы, быть может, не замеченными.

¹⁾ В качестве первого приближения я вычислил ее отдельно для южного ($\lambda = 30 \times 4$ см, $h = 9$ см) и северного ($\lambda = 85 \times 4$ см, $h = 5$ см) бассейнов, и получил для T величину на 2 % более близкую к действительности, а именно 4 h 51 m.

Результаты работы.

1. Теоретически пересмотрены элементарные основания метода моделей. Произведена оценка влияния конечной амплитуды, конечной глубины, капиллярных сил и внутреннего трения.

2. Дано общая теория затухания сейш, и сделана попытка количественного подсчета величины этого затухания.

3. Выведена простая формула, связывающая изменение периода колебания под влиянием внутреннего трения с величиной затухания.

4. К экспериментальному изучению колебаний применен специально устроенный самопищий прибор, непосредственно дающий величину периода и затухания.

5. Изучены колебания воды в модели Байкала, и найден как основной период, так и четыре первые его обертона.

6. Произведено сравнение найденных таким образом величин с имеющимися наблюдениями над сейшами Байкала, и найдено близкое совпадение между теми и другими величинами.

7. Определено на модели направление линий тока, распределение узлов и пучностей и отношение амплитуд в различных точках Байкала. На основании этого сделаны указания относительно наиболее благоприятных мест для установки лимнографов на озере.

Считаю своим долгом принести глубокую благодарность проф. Т. П. Кравцу, под непосредственным руководством которого проведена эта работа, заведующему кабинетом физики проф. С. А. Арцыбышеву, за готовность, с которой он шел навстречу во всех моих нуждах связанных с этой работой, асс. Д. И. Колычеву, к опыtnости которого во многих практических вопросах мне приходилось неоднократно прибегать, и Биолого-Географическому Институту, постановившему напечатать эту работу в своих трудах.

Физическая лаборатория
Иркутского Университета.

2 июня 1925 г.

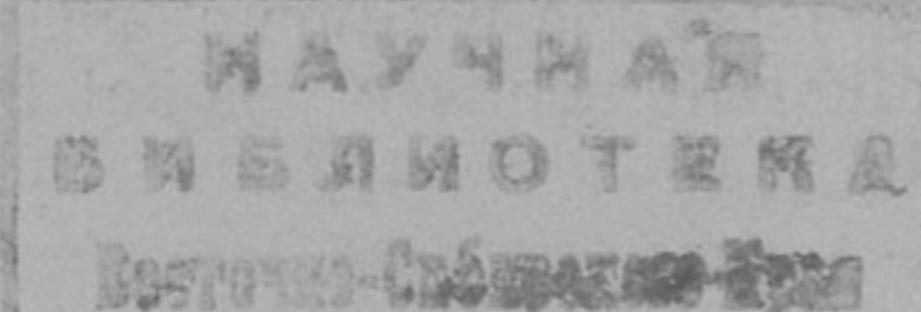
P. S. Уже после того, как работа была закончена и сдана в печать, В. Н. Яснитский передал мне результаты своих наблюдений над Байкальскими сейшами, произведенных им в июле 1925 г. на о. Ольхоне (маяк Кобылья Голова). Наблюдения эти имеют особенную ценность, т. к. являются пока единственными в этой части озера.

С 1-го по 9-е июля здесь наблюдалась серия резко выраженных бинодальных сейш с амплитудой до 11 см. Период,

определенный по большему числу колебаний, равен $2h\ 33m$, т. е. точно равен определенному при помощи модели. В конце серии появились и колебания с часовым периодом. Унинодальные сейши ($T_1=4h\ 38m$), господствующие на Маритуйских кривых, здесь совсем незаметны¹⁾. Зато постоянно встречаются, хотя амплитуда их не велика (1—2 см.), колебания с периодом в $20-25m$. Они, по всей вероятности, носят чисто местный характер.

Приношу В. Н. Яснитскому, а также и другим членам Ольхонской экспедиции Биолого-Географического Института С. И. Тимофееву и В. С. Бурову самую глубокую благодарность за эти данные, добытые с немалой затратой труда и терпения (наблюдения производились без самопишущего прибора путем записи ежепятиминутных отсчетов по специально сооруженному приспособлению и длились порой по 8—10 часов в день в течение почти целого месяца).

В. Н. Соловьев.



¹⁾ Этот характер сейш у Ольхона находится в полном согласии с предсказаниями по модели (См. стр. 22).

The method of models with application to the seiches of lake Baikal by V. N. Solovieff

1. The elementary bases of the method are theoretically revised. The influence of capillarity, viscosity, finite depth and finite amplitude is discussed and estimated.
2. A general theory of damping of seiches is given.
3. A very simple formula (33), expressing the increase of period caused by viscosity in terms of damping, is deduced from this theory.
4. A self registering instrument was constructed and used for experimental studying of oscillations.
5. The oscillations of water in the model of Baikal have been studied and the values of the first five periods are found.
6. These are compared with the observations made before on the lake. Both values are in very good agreement.
7. The stream lines, the position of nodes and loops and the ratio of amplitudes in different points of Baikal have been determined by means of the model and the best points to place limnographs on the lake are indicated.